令和７年８月●日
地震調査研究推進本部
地震調査委員会

長期的な地震発生確率の評価手法について
（追補）

地震調査委員会は、平成13年（2001年）６月の「長期的な地震発生確率の評価手法について」（以下、平成13年報告書）を公表して以来、これに基づき全国の主要な活断層や海溝型地震および海域活断層の長期評価を行なってきた。

この公表から今日に至るまで、地震学や統計科学、計算技術は著しく進展した。これに伴い、実際の長期評価の現場では、地震の規模や発生履歴が持つ不確実性をより深く評価に取り入れるため、平成13年報告書の枠組みを高度化させる新たな手法が導入・活用されてきた。

本追補は、こうした近年の評価で標準的に用いられるようになった主要な手法について、その考え方や適用方法を整理し、今後の評価における手法の共通基盤を提示することを目的として作成されたものである。本書では、不確実性を評価に取り入れた統計手法である「モンテカルロ法」、およびその発展である「ベイズ推定」、さらに従来の統計モデルに地震の規模依存性を組み込んだ「すべり量依存BPTモデル」について解説する。

なお、本追補は平成13年報告書を補完するものであり、ここに記述された手法以外の基本的な考え方については、引き続き平成13年報告書を参照されたい。

長期的な地震発生確率の評価手法について（追補）

目次

１．はじめに..... 3

２．モンテカルロ法の利用..... 4

（１）概要..... 4

（２）相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の評価手法..... 4

（３）千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価手法..... 6

（４）おわりに..... 8

３．ベイズ推定の利用..... 9

（１）概要..... 9

（２）BPT モデルへの適用..... 9

４．すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）..... 11

（１）概要..... 11

（２）モデルパラメータの推定..... 11

５．今後に向けて..... 13

引用文献..... 14

１．はじめに

地震の長期的な発生確率を評価する手法は、「長期的な地震発生確率の評価手法について」（地震調査委員会，2001）において、統計モデルを用いて体系化されている。この報告書では、評価手法は、利用可能なデータに応じて、主に次の三つに分類される。第一に、最新活動時期を含む発生履歴が判明している場合は、発生間隔が BPT 分布に従うと仮定するモデル（BPT モデル）を用いる。第二に、発生履歴に加えて断層のずれ量が既知の場合は、時間予測モデルによって算出された期待経過時間を BPT モデルの平均発生間隔として用いる。第三に、最新活動時期が不明な場合は、平均発生間隔のみからポアソン過程を用いて確率を算出する。この枠組みは、その後の多くの海溝型地震や活断層地震の長期評価において基礎とされてきた。

近年、この基本的な枠組みを拡張する形で、特に不確実性を確率論的に扱う手法が大きく進展した。その一つが、地震の発生履歴そのものが持つ不確実性を評価に反映させるための「モンテカルロ法」の導入である。これは、発生履歴の解釈の幅などから複数の時系列データセットを擬似的に生成し、そのデータセットごとにパラメータを推定する作業を繰り返す手法である。これにより、データの持つ不確実性が、最終的に得られるパラメータ推定値のばらつきとして定量化される。この手法は相模トラフや千島海溝などの長期評価で広く用いられてきた（地震調査委員会，2014，2017，2019）。

このように、パラメータを単一の点ではなくある幅を持ったものとして捉える考え方をさらに発展させ、ベイズの定理に基づきパラメータの確率分布そのものを導出するのが「ベイズ推定」の枠組みである。これは、パラメータに関する事前の知識（事前分布）を、観測データ（尤度関数）によって事後的な確率分布（事後分布）へ系統的に更新する、より強力で汎用性の高い推論手法と言える。

これらの統計・計算手法の発展と並行して、モデル自体も高度化し、時間予測モデルの考え方を BPT 分布に直接的に統合した新たな物理モデル「すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）」も提案されている（Ogata，2002；Terada，2025；地震調査委員会，2025）。

これらの発展的な手法は、近年の計算機の処理能力の向上や数値計算技術の進歩により、以前よりも容易に適用できるようになった。このような背景を踏まえ、本報告書では、これら三つの重要な発展（モンテカルロ法、ベイズ推定、SSD-BPT モデル）について、その考え方を一般化して整理し、体系的に解説する。

２．モンテカルロ法の利用

（１）概要

現在のように地震計による地震観測が実施できる以前においては、地震の発生履歴を特定するには、歴史記録や地形・地質記録から過去の地震発生履歴を推定する手法しかない。特に地形・地質記録から発生履歴を推定する手法では、発生年代を年以下の単位で絞り込むことが困難であり、発生時刻の推定幅が数十年～数百年にわたることも珍しくなく、不確実性が大きい。このように不確実性が大きなデータを用いる場合、発生可能幅の中点で発生年を代表し、従来の最尤推定法による発生確率を評価すると、確率の幅をきちんと見積もることができない、あるいは信頼性が乏しくなる可能性がある。そこで、ある確率分布に従う乱数を発生させることにより、観測された地震発生履歴を説明するような試行を多数取り出してきて、将来に発生する地震の確率や地震の発生間隔などを評価することとした。この手法をモンテカルロ法と呼ぶ。相模トラフ沿いの地震活動の長期評価（第二版）（地震調査委員会，2014）以後、千島海溝沿いの地震活動の長期評価（第二版）（地震調査委員会，2017）、日本海溝沿いの地震活動の長期評価（地震調査委員会，2019）では、ここで述べる手法を用いて発生可能性の評価を行った。

地震発生の確率分布として、BPT（Brownian Passage Time）分布（統計学では一般的に逆ガウス分布と呼ばれている）を用いる（地震調査委員会，2001）。BPT 分布の確率密度関数は以下のように書ける。地震の発生間隔tとして、平均発生間隔μ、変動係数 α とすると

$$f(t|\mu,\alpha^2)=\sqrt{\frac{\mu}{2\pi\alpha^2t^3}}\exp\left\{-\frac{(t-\mu)^2}{2\mu\alpha^2t}\right\}\quad(t>0,\mu>0,\alpha>0) \tag{2.1}$$

と書ける。

地形・地質データの質により、以下の２つの手法のどちらかを採用することとした。

（あ）相模トラフ沿いの M8 クラスの地震の評価手法

ある確率分布のパラメータ（母数）を持つ地震発生の時系列を、パラメータの値をある設定範囲内で一様乱数を発生させることにより、多数作成する。発生した時系列のうち観測された地震の発生時系列を満たす試行を取り出して、地震の発生可能性を評価する。

（い）千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価手法

歴史記録や地質記録より、地震ごとに発生する年代の幅を仮定し、各々幅の中で乱数を発生させて発生年の時系列を作成する。作成された時系列ごとに確率分布のパラメータを求めて、パラメータの分布などより地震の発生可能性を評価する。

以下に２つの手法について具体的に述べる。

（２）相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の評価手法

図 3.1 に示すように、BPT 分布のパラメータの値（平均発生間隔μと発生間隔のばらつきを表すα）をある設定範囲内で一様乱数を発生させることにより多数作成する。各々の発生させたパラメータ値に従う BPT 分布の時系列を発生させ、地形・地質記録より明らかになった地震発生の時系列を満たすものだけを取り出してくる。図 3.１だと、乱数を発生させて生成した時系列のうち、②と④は発生期間から外れる地震が存在するので外し、①，③，⑤の時系列を採用することになる。これを「実際の地震発生間隔を満たす系列」と呼ぶ。以下、「実際の地震発生間隔を満たす系列」を用いて地震発生可能性の評価を行う（例えば、Stein et al.,2006；Parsons，2008）。

相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の発生確率について、地形・地質記録から導出した例を

示す（地震調査委員会，2014）。また、従来手法に近い方法でも計算を行い、両者の結果の比較を示す。

房総南西岸浜堤列（岩井低地などに発達する浜堤列）から、少なくとも 11 回分の関東地震による隆起痕跡が検出されている（宍倉，1999；宍倉・他，2001；宍倉・他，2005）。これらのデータから推定した関東地震の時系列を図 3.2 の右から２番目の列に示す。この時系列の中で、イベントを見落としている可能性の低い 2400 cal yBP ～5400 cal yBP の 3000 年間に推定される 9 回の地震を用いて次に発生する地震の発生間隔の評価を行った（図 3.2、表 3.1）。

地形・地質データは年代決定の不確実性が大きいため、各地震の発生時期には幅がある。そこで、以下の二つの考え方により、平均発生間隔を評価した。

（i） 従来手法に近い方法で評価（μ=363 年、α=0.28）：地震の推定発生年には幅があるため、各発生時期の中央の年（3300－3100yBP. であれば 3200yBP.）に地震が発生していたと仮定し、平均発生間隔μと発生間隔のばらつきを表すαを従来用いられている最尤法により計算して、発生可能性の評価を行う。

（ii）モンテカルロ法を用いた方法で評価：地震発生間隔が BPT 分布に従うと仮定し、上に述べた手法で、2400 cal yBP ～5400 cal yBP の 3000 年間に推定される 9 回の地震発生系列を説明する時系列（全部で約 60 万時系列）を作成する。この系列を用いて、確率分布のパラメータ（μとα）の分布や地震発生間隔の分布を推定することにより、発生可能性の評価を行う。

図 3,3 は実際の地震発生間隔を満たす系列の確率分布パラメータ（μとα）の個数分布図をコンターで示したものである。ピンク色でハッチをつけた領域が個数の多い bin から順次数えていき、全体の 68%内に入った区間（68%の信頼区間と呼ぶことにする）を示す。モンテカルロ法を用いて求めたパラメータの中央値（赤三角）、平均値（赤丸）に加え、比較のため(i)の手法を使い、表 3.1 に示した地震から求めた値（μ=363 年、α=0.28）を青丸で、歴史記録の残る３地震（1923 年大正地震、1703 年元禄地震、1293 年永仁地震、歴史記録（３地震）と呼ぶ）から求めた値（μ=315 年、α=0.32）を緑で示す。従来手法(i)ではパラメータの値は点として求まるが、本手法ではコンターで表されるように信頼度の幅を持って示すことができる。(i)で求めた値と歴史記録（３地震）から求めたパラメータ値は 68%の信頼区間に入っており、両者の結果に矛盾はない。

図 3.4 には今後 30 年間の地震の発生確率（この後、30 年確率と呼ぶ）の時間推移を、歴史記録（３地震）より求めた値、地形・地質データより(i)及び(ii)の手法で求めた確率分布のパラメータの代表値を用いて計算した結果を示す。2014 年 1 月 1 日時点では最新活動（1923 年大正関東地震）から 90 年が経過しているが、どのモデルでも、今後緩やかに発生確率が上昇していくことがわかる。(i)の手法（青実線）に比べて本手法（赤の実線と破線）は 30 年確率の上昇が緩やかであるが、これは図３で示されたように、ばらつきを表すパラメータαが大きな値となっているためと思われる。このように、モンテカルロ法を用いることで、発生間隔のばらつきをきちんと考慮することが可能となる。参考として示してある歴史記録４地震は 1923 年大正地震、1703 年元禄地震、1293 年永仁地震に 1495 年明応地震を加えたものである。歴史記録４地震を使うと発生間隔が 202 年、208 年、220 年とほぼ同じ値になるため、経過年が 160 年を超えたあたりから発生間隔は急激に上昇していく。

モンテカルロ法を用いることで、ある時点（2014 年 1 月 1 日時点）における 30 年確率の分布を示すこともできる。図 3.5 は(ii)の手法で求めた実際の地震発生間隔を満たす全系列の、2014 年 1 月 1 日時点における 30 年確率の分布をヒストグラムで示したものである。図４で見たように、2014 年 1 月 1 日時点ではまだ地震発生間隔に比べ経過時間が短いので、０％に近い低い確率値の割合が多くなっている。68%の信頼区間でほぼ 0%～0.6%、95%の信頼区間でほぼ 0%～5%となる。

次に、発生間隔のばらつきの評価について記述する。(ii)の手法で求めた実際の地震発生間隔を満たす系列（9 回の地震発生系列）から各々の地震発生間隔（８個）を取り出して、頻度をヒストグラムで示したのが図６である。発生間隔の分布のピークが２つに分かれているが、これは地形・地質記録から抽出した 9 回の地震発生系列の発生間隔を発生幅の中点で評価した値（図 3.5 で橙色の縦線）が大まかに２つに分かれているためと思われる。この図より、地震発生間隔は 68%の信頼度で 250～480 年の間に、95%の信頼度で 180～590 年の間に入ると推定される。95%の信頼度の中に、歴史記録（３地震）より求めた間隔（220 年と 410 年）が含まれており、測地データより求めた平均発生間隔（200～500 年）（地震調査委員会，2014）とも矛盾しない。

（３）千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価手法

近年では ^{14}C を用いた放射性元素年代測定結果からベイズ解析を用いて精度の高い較正年代を推定できる OxCal（Ramsey，2001）のようなソフトウェアが整備されてきている。OxCal においては、較正年代の確率分布関数を出力できるようになっている。また（あ）の手法では、分布パラメータをランダムに選んで発生させた地震の時系列のうち、観測された地震の推定発生期間を再現する分布だけを抽出している。この手法では観測された地震の推定発生期間の不確実性が小さいと再現する分布パラメータを探すのが非常に困難になるという問題点がある。そこで、「千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）」や「東北地方太平洋沖地震型」では、以下のような地震発生年代の確率分布関数を考慮できるような手法を用いて評価を行った。

図 3.7 に手法の概要を示す。地震の発生期間に関する確率分布が得られている場合は、その分布を正規分布で近似を行い、その分布に従うような乱数を発生させ、地震の発生時刻を決定する。もし、確率分布が得られていない場合は発生期間内の一様分布を仮定し、同様の方法で発生時刻を決定する。正規分布を使用した場合は、図７で③時系列の一番古い地震のように±2σの範囲を外れるものも存在する。同様の手続きを全ての地震発生可能性のある期間に適用して、１つの地震時系列を作成する。この時系列から最尤法により BPT 分布のパラメータ（μとα）を求める。この試行を多数繰り返すことにより得られたパラメータの分布より地震の発生可能性を評価する。以下に、具体的な事例を用いて説明する。

１）千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）の評価手法

（い）の手法について、千島海溝で発生する 17 世紀型巨大地震の発生可能性を、霧多布湿原及び藻散布沼での津波堆積物（Nanayama et al.，2007；Sawai et al.，2009）から評価を行う。表 3.2 に示すように、霧多布湿原の５地震、藻散布沼の７地震を用いて評価を行った。Sawai et al.（2009)により津波堆積物から地震発生時期の確率分布が得られているので（図 3.8)、その分布の±1σの幅になるべく合うような正規分布を仮定し、上で述べた手法を用いて次の手順で計算を行った。

(i) 図 3.7 で示した手法により、BPT 分布のパラメータ（μとα）の分布を求める。ただし、αが大きな時系列は、発生間隔が１年未満など不適切な時系列を抽出したと判断し、α＜2.0 の時系列のみを採用する。

(ii) (i)で求めたパラメータ分布（μとα）を用いて現在における今後 30 年間に地震が発生する確率を計算し、その密度分布を求める。

(iii)求められた確率の密度分布より 95%の信頼区間で発生確率の幅を評価する。

図 3.9 に求められたパラメータ（μ と α）の頻度分布を示す。μ を 1 年毎、α を 0.02 毎の区間に分けて抽出された時系列の個数を数えたものである。

最頻値は藻散布沼及び霧多布湿原の津波堆積物を使った解析で、各々平均発生間隔μは 337 年と 375 年、ばらつきの度合いを示す α は 0.79 と 0.49 となった。平均発生間隔はいずれの場合も 350 年程度と、従来言われていた値（約 500 年、いわゆる５００年間隔地震）よりも短い値になっている。しかし、パラメータ分布の広がりが大きいため不確実性が大きくなっており、次に発生する地震との間隔が平均発生間隔よりかなり短い、あるいは長いこともあり得る。このような場合は、平均値のような代表値だけで評価を行うと結果に偏りが出てしまい、発生確率を過大あるいは過小評価をする可能性がある。図 3.10 に確率パラメータの最頻値を用いて 30 年確率の時間変化を示す。発生間隔が長いために、確率は 10%程度で頭打ちになっていることがわかる。また、BPT 分布の 30 年確率は、αが大きい値の時には、平均活動間隔を超えるあたりから減少する傾向が見られる。実際に藻散布沼のデータから求めたαは 0.79 と大きいため、最新発生時期を 1637 年とした時の 2017 年 1 月 1 日時点でみると経過時間が大きくなるにつれ確率が微減している。発生確率の不確実性を評価するために、図 3.11 に 2017 年 1 月 1 日時点における今後 30 年間にこのタイプの地震が発生する確率の分布を示す。95%の信頼区間で発生確率の幅を評価すると、藻散布沼のデータからは 7～17%、霧多布湿原のデータからは 7～37%となる。霧多布湿原のデータを用いた評価では、平均発生間隔が長く、2017 年 1 月 1 日時点ではまだ 30 年確率が上昇していく段階にあるので、評価の幅が大きくなっている。

図 3.12 に抽出された時系列の発生間隔の頻度分布を示す。両地域より推定された頻度分布共に、ひとつの鋭いピークを持つ分布ではなく、なだらかに裾野を持つ分布となっており、この図からも発生間隔が大きくばらついている様子が見て取れる。

２）東北地方太平洋沖地震型

日本海溝における超巨大地震（東北地方太平洋沖型）の発生時系列については、津波堆積物等の調査結果を使用した。

将来の地震発生確率については、仙台平野で調査された津波堆積物より推定された 5 回の地震（2011 年・1454 年または 1611 年・869 年・4～5 世紀・紀元前 4～3 世紀）から評価した。評価には「千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）」の時と同じ手法を用いた。ただし、地震発生間隔内の確率密度関数は不明であることより、幅の中で等しい確率を与える一様分布を仮定した。また、東北地方太平洋沖地震の一つ前の地震は、1611 年の慶長三陸地震か、1454 年の享徳地震のどちらか一方であるとし、どちらが発生するかは等確率（0.5）で与えた。

図 3.13 に求められた BPT 分布のパラメータ（μ と α）の頻度分布を示す。μ を 1 年毎、α を 0.01 毎の区間に分けて抽出された時系列の個数を数えた。平均発生間隔μの最頻値は 554 年、ばらつきの度合いを示すαは 0.23 となった。ただし頻度の高いパラメータの値は、μ については 550～600 年とばらついている。αについては 0.05 あたりと 0.2～0.3 にピークが 2 つに分かれている。これは東北地方太平洋沖地震の一つ前の地震として 1611 年の慶長三陸地震と 1454 年の享徳地震のどちらを採用したかにより分かれているものと思われる。

次にある時点までに超巨大地震が発生しなかったという条件で、その時点から 30 年以内に超巨大地震が発生する確率の時間変化を図 14 に示す。発生後 200 年ほどは確率がほぼ 0%で推移することがわかる。評価を行った時点では最新活動時期（2011 年）から 8 年ほどしか経過しておらず、発生確率はほぼ 0%になり、超巨大地震（東北地方太平洋沖型）が発生する可能性は非常に低いことがわかる。

図 3.15 に抽出された時系列の発生間隔の頻度分布を示す。四つの大きなピークは最新活動地震を含め過去 3 回の地震から出てきているものである。これは過去 3 回の地震は歴史記録などから年代が決

まっているため（最新は 2011 年、一つ前は 1611 年か 1454 年、二つ前は 869 年）、発生間隔を絞り込むことができ、頻度が大きくなっていることによる。95%の信頼区間で発生間隔は 380 年～810 年と評価でき、現在は 2011 年の最新活動時期から経過年数が短く、まだ発生確率が低い時期であることがわかる。

（４）おわりに

歴史記録や地形・地質記録による地震発生履歴のように、地震発生時期の精度が低かったり、履歴が少ないなどの場合、従来の手法で地震活動を長期評価すると不確実性を過小評価してしまう可能性がある。本章では、相模トラフ沿いの M8 クラスの地震の評価と千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価に適用されたモンテカルロ法を用いた手法について、報告を行った。今後、本報告で別途報告されているベイズを用いた BPT 分布による評価も検討していく必要がある。

３．ベイズ推定の利用

（１）概要

ベイズ推定は、パラメータに関する事前の知識を、観測データに基づいて更新し、その結果を確率分布として表現する統計的推論の枠組みである（例えば、O'Hagan, 1994）。この更新プロセスは、中心的な役割を担うベイズの定理によって数学的に定式化される。データ$\boldsymbol{X}$が得られた条件下でのパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の事後分布$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$は、尤度 $L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$と事前分布$\pi(\boldsymbol{\theta})$の積に比例する形で与えられる。

$$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X}) \propto L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})\pi(\boldsymbol{\theta}) \tag{3.1}$$

ここで、尤度関数$L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$は、あるパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の値のもとで、観測データ$\boldsymbol{X}$が得られる「もっともらしさ」を表し、データがパラメータについて持つ情報を定量化したものである。事前分布$\pi(\boldsymbol{\theta})$は、データを観測する前にパラメータ$\boldsymbol{\theta}$に関して有する知識や信念を確率分布として表現したものであり、既存の研究成果などを反映した情報量の多い分布や、特定の事前知識を仮定しない無情報事前分布などがある。そして、これら二つを掛け合わせて得られる事後分布$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$は、事前知識が観測データによってどのように更新されたかを示しており、パラメータ$\boldsymbol{\theta}$に関する我々の最終的な知識の状態を表現する。

地震発生確率の計算に適用する場合、まず地震の観測データと統計モデルから尤度関数$L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$を評価し、問題設定に応じた事前分布$\pi(\boldsymbol{\theta})$を与えることで、パラメータの事後分布$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$が定まる。しかし、多くの場合この事後分布の関数形は複雑であり、解析的にその性質を調べることは困難である。そのため、実際にはマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC 法）（例えば、Gelman et al., 2013）などの数値計算手法を用い、この事後分布に従うパラメータのサンプルを多数生成することで、その期待値や信用区間を推定するのが一般的である。

（２）BPT モデルへの適用

本節では、地震の発生間隔が BPT 分布に従うと仮定した場合（BPT モデル）に、ベイズ推定を適用する際の具体的な定式化について述べる。

<u>尤度関数と事後分布</u>

まず、n個の地震について、それぞれの発生時刻$t_k(k = 1,2,\dots,n)$ のデータが得られている状況を考える。これらから、$(n-1)$個の地震発生間隔 $T_i = t_{i+1} - t_i\ (i = 1,2,\dots,n-1)$ が計算される。この発生間隔T_iが、式(2.1)で定義した BPT 分布の確率密度関数$f(t|\mu,\alpha^2)$に従うと仮定する。このとき、パラメータ(μ,α)に対する尤度関数$L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$は、発生間隔データ $\boldsymbol{T} = \left(T_1, T_2, \dots, T_{n-1}\right)^{\mathrm{T}}$を用いて、各発生間隔の確率密度の積として以下のように表される。

$$L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T}) = \prod_{i=1}^{n-1} f(T_i|\mu,\alpha^2) \tag{3.2}$$

式(3.1)のベイズの定理より、パラメータの事後分布$p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$は、尤度関数と事前分布$\pi(\mu,\alpha)$の積に比例する。

$$p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T}) \propto L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})\pi(\mu,\alpha) \tag{3.3}$$

<u>事後予測分布と条件付き確率</u>

得られたパラメータの事後分布$p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$を用いることで、次の地震までの発生間隔$T_n$を予測できる。これは、あらゆるパラメータの可能性を考慮して平均化した事後予測分布$p_{pp}(T_n|\boldsymbol{T})$として、以下の積分で与えられる。

$$p_{pp}(T_n|\boldsymbol{T}) = \iint f(T_n|\mu,\alpha^2)p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})\,d\mu d\alpha \tag{3.4}$$

さらに、評価基準日（現在）の時点で、最後の地震から既に t 年が経過しているという情報を考慮して、今後 30 年以内など、特定の期間内に地震が発生する確率を評価することができる。この「t 年以上経過した」という条件下での条件付き確率は、事後予測分布を切断（truncate）することで計算可能である。

<u>未発生期間の情報を利用する場合</u>

上記の計算では、最新の地震から評価時点までの「未発生期間」の情報は、パラメータ(μ,α)の推定（事後分布の計算）には用いられていない。利用可能なデータが限られる場合、この「まだ地震が起きていない」という情報（右側打ち切りデータ）を尤度関数に組み込むことで、パラメータ推定の精度を改善できることがある（例えば、地震調査委員会, 2001）。

このアプローチでは、式(3.2)の尤度関数$L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$を、未発生期間 t を生き延びた確率（生存関数）で更新した、条件付き尤度関数$L_c(\mu,\alpha|\boldsymbol{T},t)$に置き換える。

$$L_c(\mu,\alpha|\boldsymbol{T},t) = \{1 - F(t|\mu,\alpha^2)\}L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T}) \tag{3.5}$$

ここで、$F(t|\mu,\alpha)$は BPT 分布の累積分布関数である。この更新された尤度関数を用いて式(3.3)と同様に事後分布を計算することで、未発生期間の情報を反映したパラメータ推定を行うことができる。

<u>事前分布の設定方針</u>

ベイズ推定を適用する上で最も重要なステップの一つが、パラメータ(μ,α)に対する事前分布$\pi(\mu,\alpha)$の設定である。事前分布は推定結果に影響を与え得るため、その選択には慎重な検討を要する。

利用可能な事前情報が豊富にある場合には、それを積極的に反映した情報事前分布（informative prior）を用いることが考えられる。例えば、パラメータが取り得る値の範囲や形状について、指数分布、ワイブル分布、あるいはガンマ分布などを仮定することが可能である。その分布の形状を規定するハイパーパラメータは、周辺尤度の最大化といった客観的な基準を用いて決定するアプローチがある（例えば Ogata, 2002; Nomura et al., 2011）。

一方、特定の事前知識を仮定せず、データから客観的に情報を引き出すことを目指す場合は、無情報事前分布（non-informative prior）が有力な選択肢となる。その代表例であるジェフリーズ事前分布（Jeffreys prior; Jeffreys, 1961）は、BPT 分布に対して、

$$\pi(\mu,\alpha) \propto \frac{1}{\mu\alpha^2} \tag{3.6}$$

という比較的単純な関数形で与えられることが知られている（例えば、Chaubey et al., 2021）。パラメータに関する特段の知見が得られていない状況では、このような客観的な手続きで導出される無情報事前分布の採用が推奨される。

４．すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）

（１）概要

「長期的な地震発生確率の評価手法について」（地震調査委員会，2001）では、断層のずれ量に相当するデータが利用可能な場合、時間予測モデル（Shimazaki and Nakata，1980）で算出した次の地震までの期待経過時間を、BPT モデルの固定パラメータ（平均発生間隔）として利用するという、段階的なアプローチが採られてきた。

これに対し、近年の研究では、この断層のずれ量（すべり量）を BPT モデルの枠組みへより自然に統合した、すべり量依存 BPT モデル（Slip-Size-Dependent BPT モデル：SSD-BPT モデル）が提唱されている（Ogata，2002；Terada，2025）。このモデルの導入により、地震の発生間隔と断層すべり量の両データから、モデルを規定するパラメータを、客観的かつ一貫した枠組みの中で推定することが可能となる。

このモデルの物理的背景は、BPT モデルと同様に「擾乱を伴うひずみ蓄積過程」である。ただし、BPT モデルが基礎とする固有地震モデルでは、ひずみ解放量は常に一定と見なされるのに対し、SSD-BPT モデルでは、ひずみが限界に達した際に解放される量が、地震規模（すべり量）に比例して変動する。このため、次の地震までの発生間隔は、前回の地震規模に比例するという決定論的な傾向（時間予測モデルの性質）と、擾乱に起因する確率的なばらつき（BPT モデルの性質）の両方を併せ持つことになる。

この関係は、BPT 分布の確率密度関数（式 2.1）のパラメータ(μ,α)を、直前の地震のすべり量uと、新たなパラメータ(β,γ)を用いて、

$$\mu = \beta u \tag{4.1}$$

$$\alpha^2 = \frac{\beta\gamma^2}{u} \tag{4.2}$$

と置き換えることで数学的に表現される。ここで、βは長期的な断層の変位速度Vの逆数、γは長期的な断層の変位にかかる擾乱の大きさを規定するパラメータに相当する。したがって、このモデルでは、次の地震までの発生間隔が、直前の地震のすべり量uによってパラメータが更新された BPT 分布 $f\left(t\middle|\beta u,\frac{\beta\gamma^2}{u}\right)$ に従う。

なお、地震のすべり量uには、別の物理量を代理指標として用いることも可能である。たとえば、「南海トラフの地震活動の長期評価（第二版 一部改訂）」（地震調査委員会， 2025）では、すべり量に代わり、南海地震時における室津港の隆起量データが用いられている。また、uが一点の確定値ではなく、誤差や解釈の幅といった不確実性を持つ場合でも、その不確実性を確率分布として評価に組み込むことができる（地震調査委員会，2025）。

（２）モデルパラメータの推定

<u>SSD-BPT モデルの尤度関数</u>

SSD-BPT モデルのパラメータ(β,γ)は、以下の尤度関数の評価を通して推定される。まず、前章の BPT モデルの場合と同様に、n個の地震について、発生時刻$t_k(k=1,2,\dots,n)$ 、さらに加えて、断層のすべり量 u_kのデータが得られている状況を考える。このとき、パラメータ(β,γ)に対する尤度関数$L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$は、発生間隔データ $\boldsymbol{T}=\left(T_1,T_2,\dots,T_{n-1}\right)^{\mathsf{T}}$ （ただし、$T_i=t_{i+1}-t_i$）と、対応するすべり量データ $\boldsymbol{U}=\left(u_1,u_2,\dots,u_{n-1}\right)^{\mathsf{T}}$ を用いて、以下のように表される。

$$L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U}) = \prod_{i=1}^{n-1} f\left(T_i\middle|\beta u_i,\frac{\beta\gamma^2}{u_i}\right) \tag{4.3}$$

推定手法の選択：最尤法とベイズ推定

式(4.3)で定義された尤度関数を基にパラメータを推定するにあたり、主に最尤法とベイズ推定という二通りの推定手法が考えられる。

最尤法は、尤度関数$L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$を最大化するパラメータの組を、数値計算などによって直接探索するアプローチである。しかし、SSD-BPT モデルへの最尤法の適用には、いくつかの注意点が存在する。第一に、地震の発生時刻とすべり量の両方が揃ったデータは本質的に少数になりがちであり、少ないデータで複雑なモデルを推定すると、そのデータに過剰に適合し、汎用性の低い結果を導く可能性がある。第二に、すべり量の不確実性をモデルに組み込む場合には、その自由度の増加が原因で尤度関数が特定のパラメータ値で発散し、安定した解が得られないことがある。

このような点を踏まえると、SSD-BPT モデルのパラメータをより安定して推定するためには、ベイズ推定の枠組みがより望ましい。

ベイズ推定の適用

ベイズ推定では、パラメータ(β,γ)の事後分布$p(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$を、ベイズの定理に基づき次式で求める。

$$p(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U}) \propto L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})\pi(\beta,\gamma) \tag{4.4}$$

ここで、$\pi(\beta,\gamma)$はパラメータの事前分布である。また、すべり量データ$\boldsymbol{U}$が不確実性を持つ場合、$\boldsymbol{U}$自体もモデル内で推定すべき副次的パラメータ（局外母数）と見なすことができる。このアプローチでは、$\boldsymbol{U}$が取り得る値の情報を$\boldsymbol{U}$の事前分布 $\pi(\boldsymbol{U})$として与え、主要パラメータ(β,γ)と同時に事後分布を推定する（Terada, 2025)。このとき、全体の事後分布は以下のように表現される。

$$p(\beta,\gamma,\boldsymbol{U}|\boldsymbol{T}) \propto L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})\pi(\beta,\gamma)\pi(\boldsymbol{U}) \tag{4.5}$$

なお、未発生期間 t を考慮する場合には、前章で示した BPT モデルへの適用例と同様に、尤度関数$L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$を条件付き尤度関数$L_c(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U},t)$に置き換えることで対応できる。

事前分布設定の考え方

SSD-BPT モデルにおける事前分布の設定例として、過去の研究における方針を二例挙げる。

第一に、Ogata（2002）は、パラメータ(β,γ)それぞれの事前分布として指数分布を仮定し、その形状を規定するハイパーパラメータについては周辺尤度の最大化という基準で客観的に定めている。

第二に、「南海トラフの地震活動の長期評価（第二版 一部改訂)」（地震調査委員会，2025）では、異なるアプローチが採られている。そこでは、βの事前分布は室津港の沈降速度に関する観測的知見等から設定される一方、γの事前分布は、関連パラメータで積分（周辺化）した後の実質的な変動係数αが、陸域活断層の研究などから得られる知見（例えば 0.2～0.4 の範囲）と整合的になるよう設定されている。

このように、事前分布の設定には複数のアプローチが存在する。本手法の適用にあたっては、対象とする地震系列の物理的考察や利用可能なデータ、既存の知見などを基に、個別の評価において解析者自身が適切に判断する必要がある。

５．今後に向けて

本追補では、近年の主要な発展を反映した評価手法として、「モンテカルロ法」および「ベイズ推定」という二つの統計・計算手法の利用と、「すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）」という新たな物理モデルについて、その考え方と適用方法を整理した。これらは、平成 13 年（2001 年）に公表された「長期的な地震発生確率の評価手法について」の基本的な枠組みを、最新の知見に基づき高度化したものである。しかしながら、その基礎となる平成 13 年報告書の刊行から四半世紀近くが経過し、その間にも、地震学、統計科学、および計算技術は著しい進歩を遂げた。したがって、本追補で示したような個別手法の改良に留まらず、将来的には、評価手法の枠組み全体についても継続的な改善を重ねていくことが重要である。

引用文献

Chaubey, Y.P., M. Singh, D. Sen, (2021). Bayesian Inference for Inverse Gaussian Data with Emphasis on the Coefficient of Variation, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics., 375, 79-96.

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013): Bayesian Data Analysis, Third Edition. Chapman and Hall/CRC.

Jeffreys, H. (1961): Theory of Probability. 3rd Edition, Clarendon Press, Oxford, 470pp.

地震調査委員会（2001）：「長期的な地震発生確率の評価手法について」，46pp.

地震調査委員会（2014）：相模トラフ沿いの地震活動の長期評価（第二版），83pp.

地震調査委員会（2017）：千島海溝沿いの地震活動の長期評価（第三版），130pp.

地震調査委員会（2019）：日本海溝沿いの地震活動の長期評価，144pp.

地震調査委員会（2025）：南海トラフの地震の長期評価（第二版 一部改訂），XXpp.

Nanayama, F., R. Furukawa, K. Shigeno, A. Makino, Y. Soeda and Y. Igarashi (2007)：Nine unusually large tsunami deposits from the past 4000 years at Kiritappu marsh along the southern Kuril Trench, Sedimentary Geology, 200(3), 275-294.

Nomura, S., Y. Ogata, F. Komaki, and S. Toda (2011): Bayesian forecasting of recurrent earthquakes and predictive performance for a small sample size, J. Geophys. Res., 116, B04315.

Ogata, Y. (2002)：Slip-size-dependent renewal processes and Bayesian inferences for uncertainties, J. Geophys. Res., 107, 2268.

O'Hagan (1994): A., Kendall's Advanced Theory of Statistics, vol. 2B, Bayesian Inference, 332 pp., Arnold, London.

Parsons, T. (2008)：Monte Carlo method for determining earthquake recurrence parameters from short paleoseismic catalogs: Example calculations for California, J. Geophys. Res., 113, doi:10.1029/2007JB004998.

Ramsey, B. C. (2001)：Development of the radiocarbon program OxCal, Radiocarbon, 43(2A), 355-363.

Sawai, Y., T. Kamataki, M. Shishikura, H. Nasu , Y. Okamura, K. Satake, K. H. Thomson, D. Matsumoto, Y. Fujii, J. Komatsubara and T. T. Aung (2009)：Aperiodic recurrence of geologically recorded tsunamis during the past 5500 years in eastern Hokkaido, Japan, Journal of Geophysical Research, 114 , B01319, doi:10.1029/2007JB005503.

宍倉正展（1999）：房総半島南部保田低地の完新世海岸段丘と地震性地殻変動，第四紀研究，38，17-28.

宍倉正展・原口強・宮内崇裕（2001）：房総半島南西部岩井低地の離水海岸地形からみた大正型関東地震の発生年代と再来間隔，地震第２輯，53，357-372.

宍倉正展・鎌滝孝信・高田圭太・鈴木敬一・岡村行信（2005）：房総半島南西部における離水浜堤列の調査―大正型関東地震の発生年代の推定―，活断層・古地震研究報告，産業技術総合研究所地質調査総合センター，5，51-68.

Shimazaki, K. and T. Nakata (1980): Time-predictable recurrence model for large earthquakes, Geophys. Res. Lett., 7, 279-282.

Stein R. S., S. Toda, T. Parsons and E. Grunewald (2006)：A new probabilistic seismic hazard assessment for greater Tokyo, Phil. Trans. R. Soc. A 364, 1965-1988, doi:10.1098/rsta.2006.1808.

Terada, Y. (2025): Slip-size-dependent Brownian passage time model with slip-size uncertainties, Japan Geoscience Union (JpGU) Meeting 2025, Abstract STT43-01.

表 3.1 相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の確率評価に用いた地震の発生推定時間

番号	推定期間（cal y B.P.）	中央値（cal y B.P.）
1	5400 - 5300	5350
2	5000 - 4800	4900
3	4800 - 4250	4525
4	4250 - 3950	4100
5	3800 - 3600	3700
6	3300 - 3100	3200
7	3050 - 2850	2950
8	2750 - 2700	2725
9	2500 - 2400	2450

※ cal y B.P. は 1950 年を基準とした放射性炭素年代

表 3.2（千島海溝長期評価の表７）

17 世紀巨大地震の発生確率評価に用いた藻散布沼と霧多布湿原の津波堆積物の堆積時期（Sawai et al., 2009 に基づく）

藻散布沼

砂層の名前	推定堆積期間（±１σ）（cal y B.P.）	推定堆積期間（±２σ）（cal y B.P.）
MP2	670 - 280	700 - 280
MP3	1400 - 750	1450 - 700
MP4	1495 - 1430	1520 - 1400
MP5	1930 - 1600	1980 - 1530
MP6	2450 - 2270	2560 - 2220
MP7	2600 - 2360	2680 - 2290
MP8	2720 - 2500	2740 - 2390

霧多布湿原

砂層の名前	推定堆積期間（±１σ）（cal y B.P.）	推定堆積期間（±２σ）（cal y B.P.）
K4	1340 - 1220	1390 - 1170
K5	1720 - 1420	1780 - 1370
K6	2370 - 2090	2550 - 2000
K7	2570 - 2260	2700 - 2100
K8	2820 - 2670	2870 - 2570

※ cal y B.P. は 1950 年を基準とした放射性炭素年代（例えば、100 cal B.P. は 1850 年）

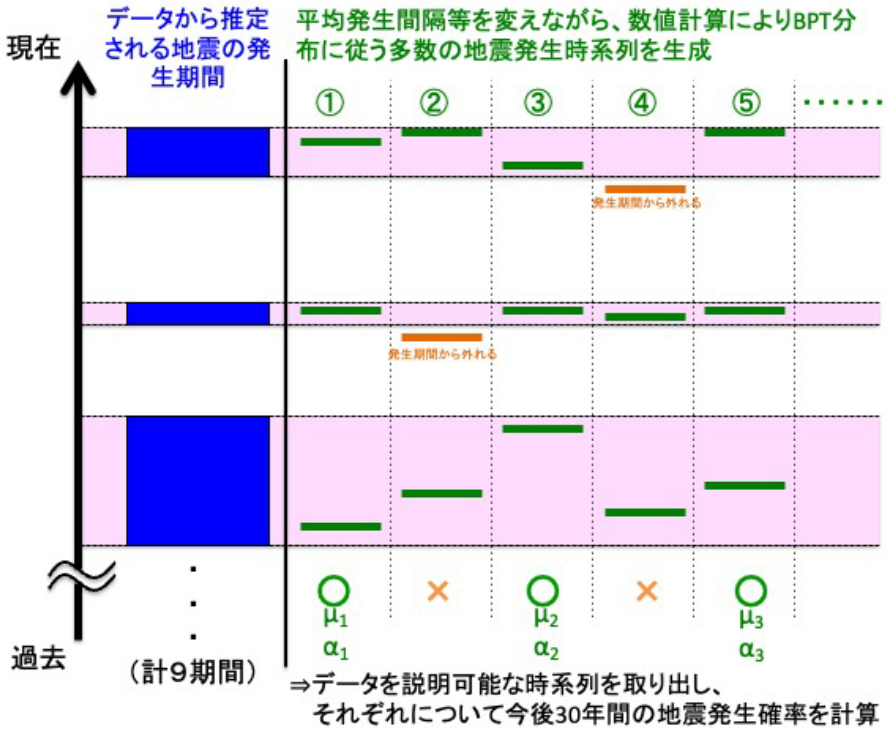

図 3.1 相模トラフ沿いの M8 クラスの地震の評価で用いた手法の模式図

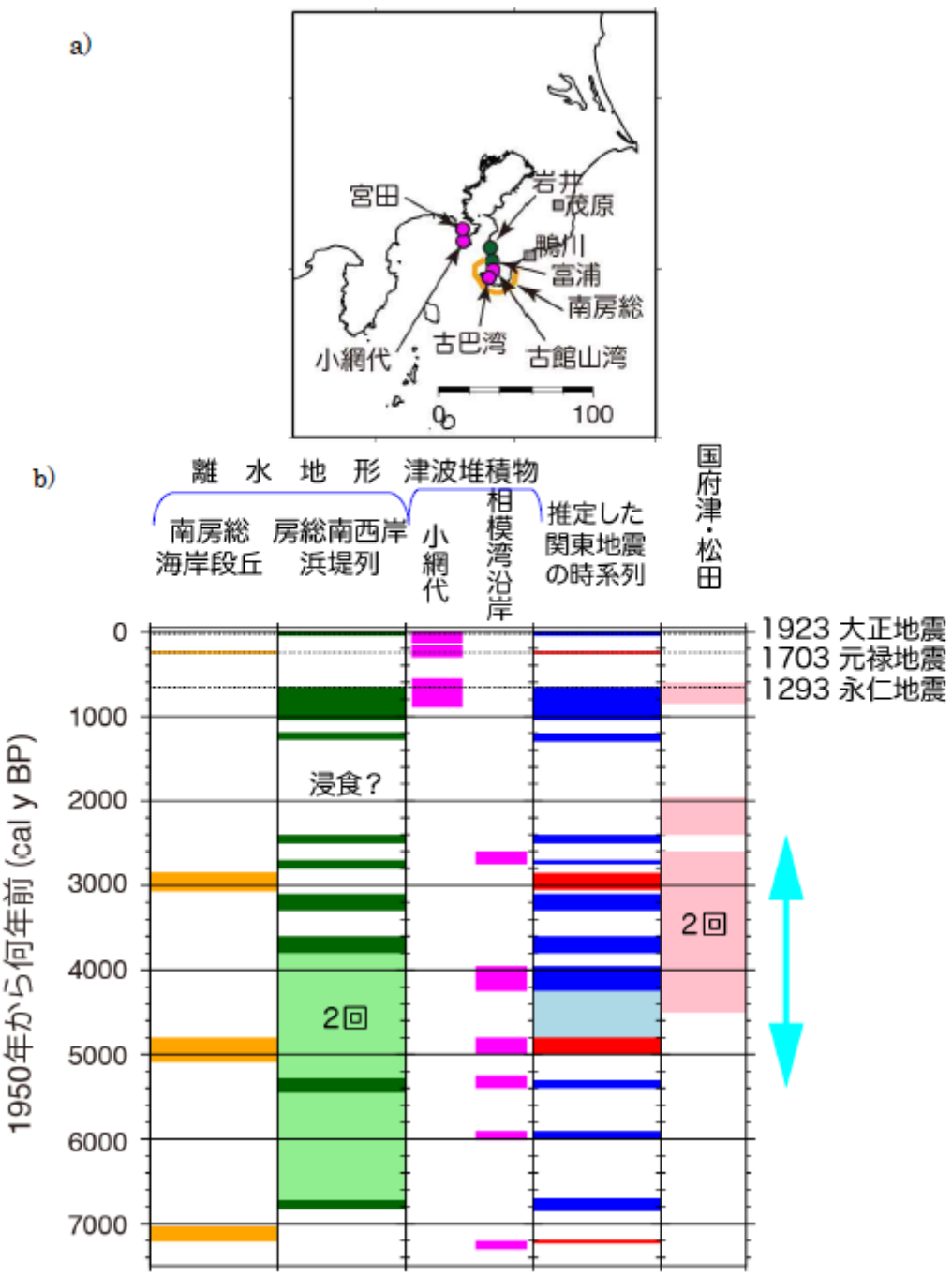

図 3.2（相模トラフ長期評価、図６）

a）離水地形や津波堆積物など過去地震の痕跡の発見場所

緑：浜堤列、紫：津波堆積物、橙：海岸段丘

b）離水地形、津波堆積物等による相模トラフで発生した過去の地震の発生履歴

・歴史地震を点線で示す

・左から順に南房総の海岸段丘（沼面）、房総半島南西岸の浜堤列、津波堆積物、地形・地質データより推定した関東地震の時系列、国府津－松田断層の活動履歴

・薄緑と薄青は年代が決定できない地震

・水色矢印は平均発生間隔を推定した期間

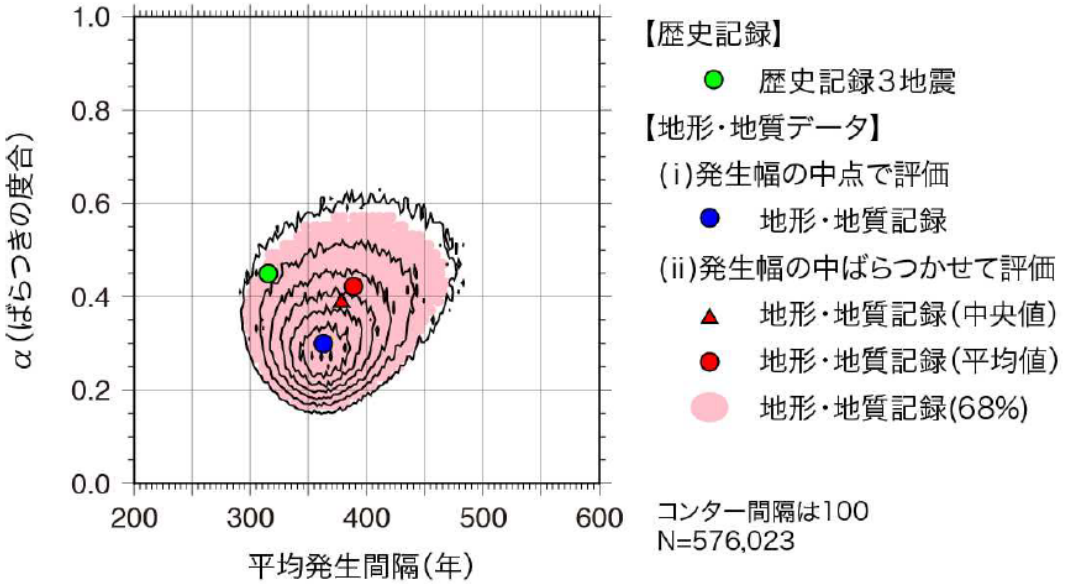

図 3.3（相模トラフ長期評価、図 4-4）

地形・地質データから推定された、相模トラフ沿いの地震の平均繰り返し間隔（年）とばらつきの指標（α）。ピンクの部分はモンテカルロ法により信頼区間 68%で推定したパラメータの範囲。参考として、歴史記録（3 地震）データより求めた値も示す。

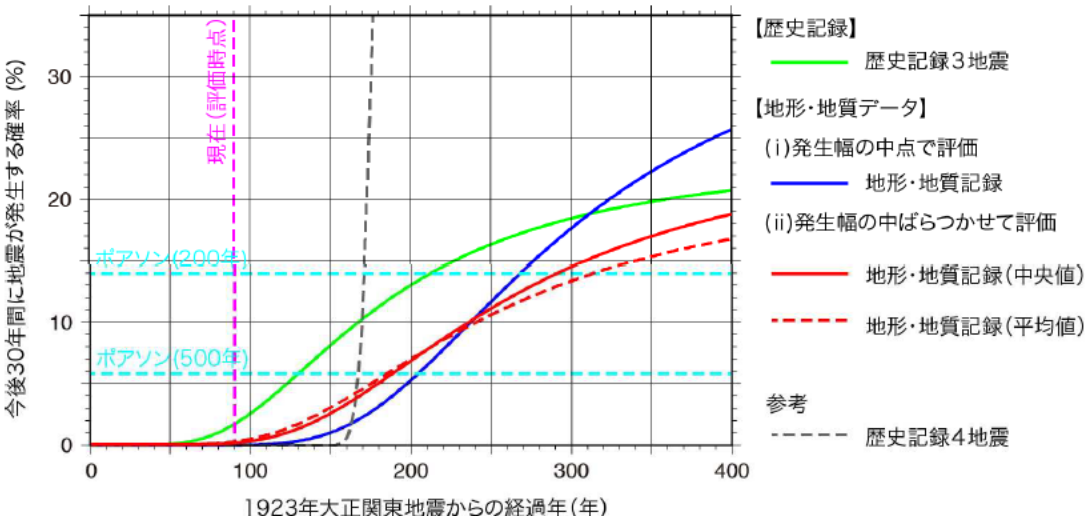

図 3.4（相模トラフ長期評価、図 4-3）

相模トラフ沿いの地震の 30 年確率の時間推移

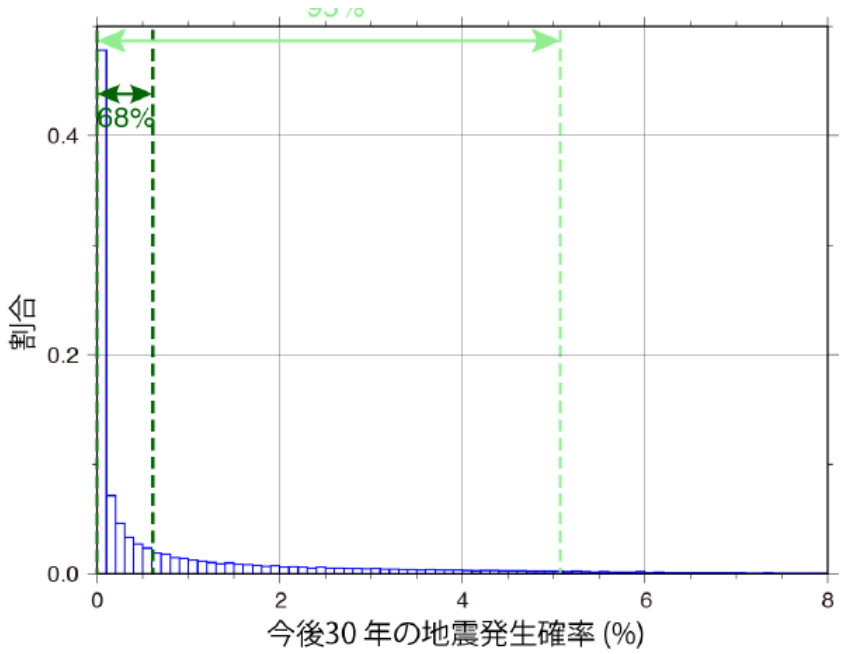

図 3.5（相模トラフ長期評価、図 4-5）

地形・地質データより求めた、相模トラフ沿いの地震の 30 年確率の頻度分布図。確率値の 68%及び 95%の信頼区間を濃緑破線及び薄緑破線で示す。

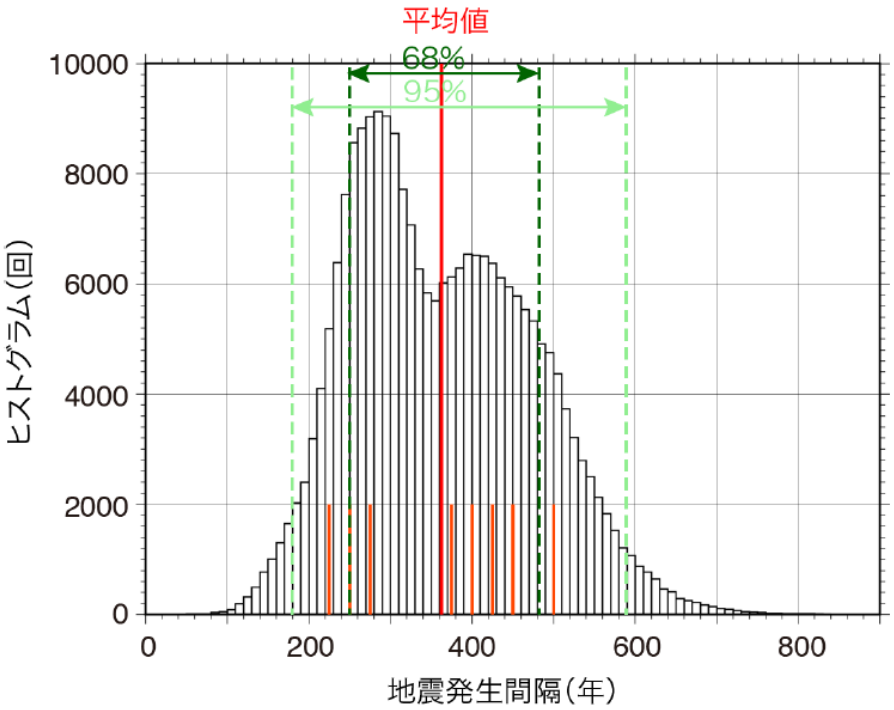

図 3.6（相模トラフの長期評価、図 4-5）

地形・地質データより推定した相模トラフ沿いの地震の発生間隔の頻度分布図。平均値を赤太線、発生幅の中点で評価した場合の発生間隔を短い橙太線、発生間隔の 68%及び 95%の信頼区間を濃緑破線及び薄緑破線で示す。

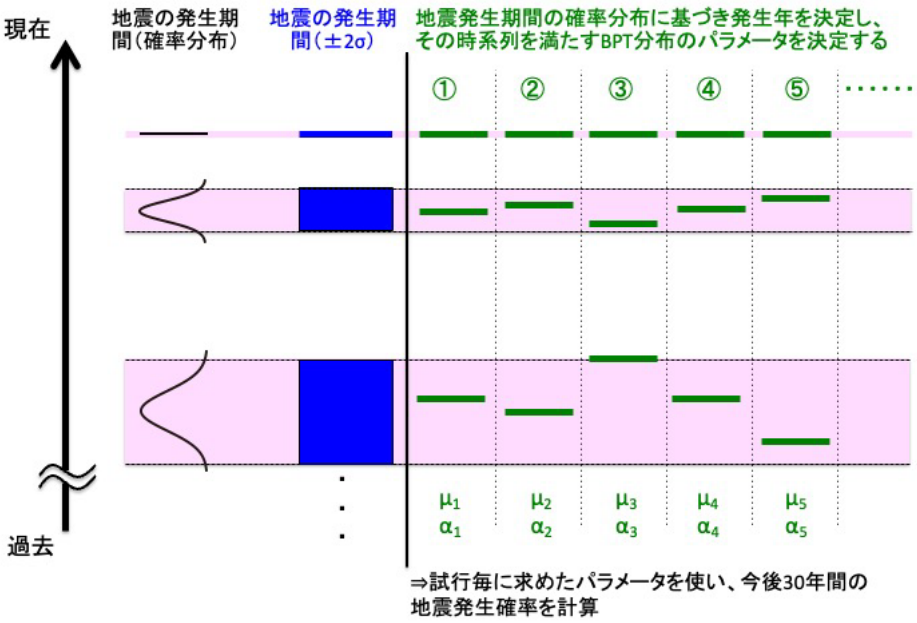

図 3.7 千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価で用いた手法の模式図。

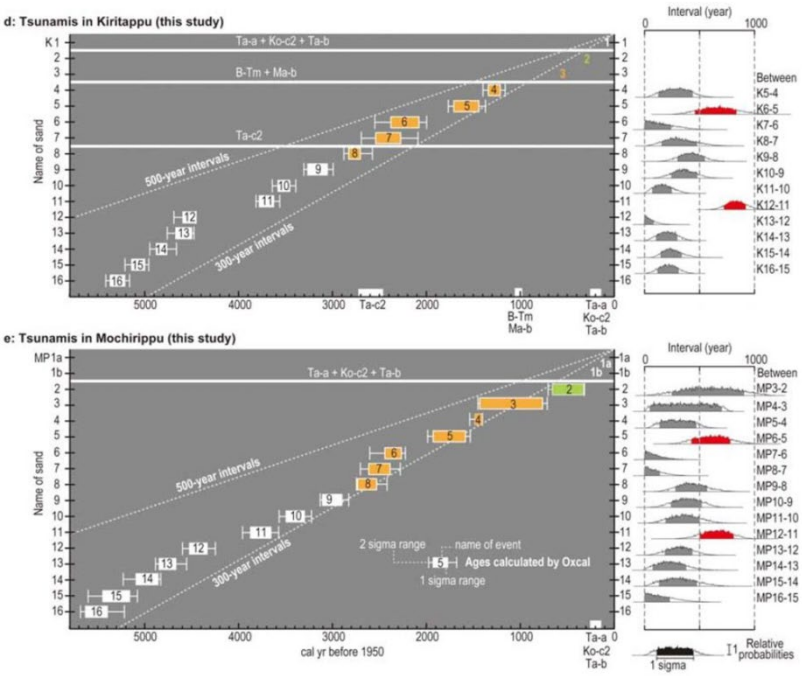

図 3.8（千島海溝の長期評価、図 3-21）

北海道霧多布湿原及び藻散布沼における津波堆積物の年代から推定され津波履歴（Sawai et al., 2009）

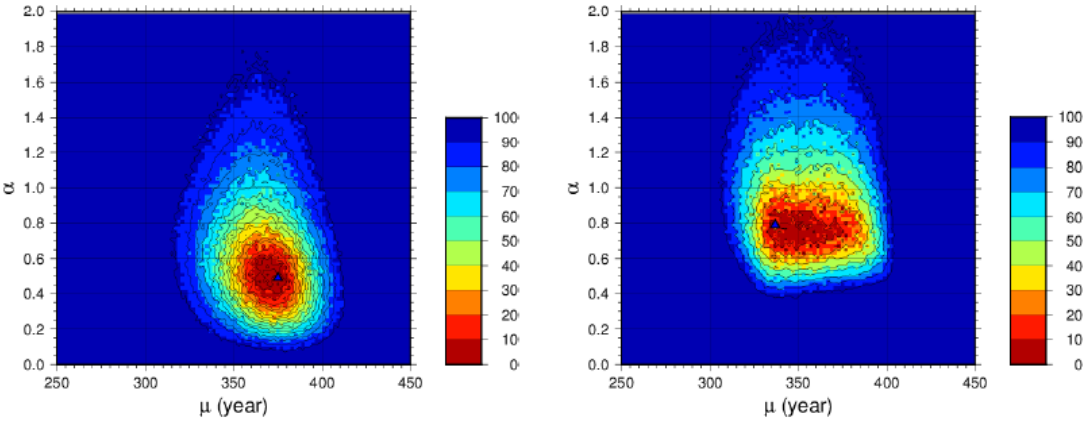

図 3.9（千島海溝の長期評価、図 4-18）

津波堆積物の堆積年代からシミュレーションにより求めた BPT 分布のパラメータ（平均発生間隔μとばらつき示すα）の頻度分布。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。最頻値を青の三角で示す。また、カラースケールの値は最頻値から並べたとき、各々の区間が上から何パーセント以内に入っているかを示している。

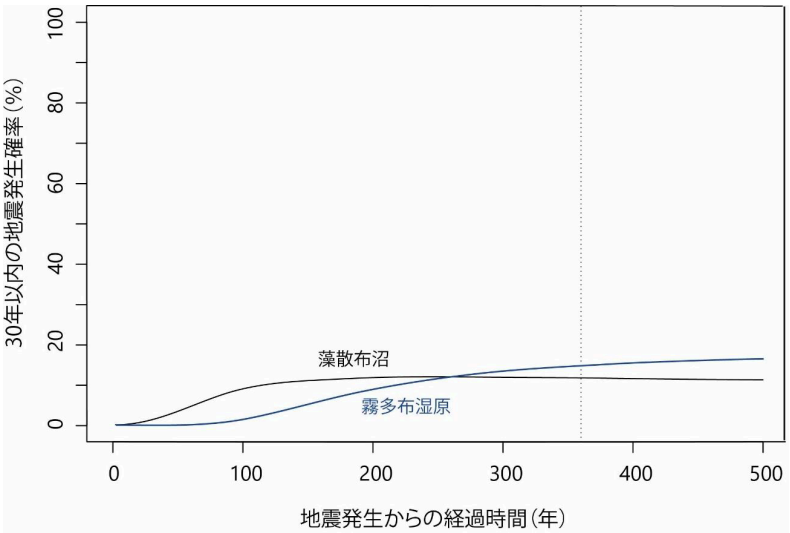

図 3.10（千島海溝の長期評価、図 4-21）

今後 30 年間に超巨大地震（17 世紀型）が発生する確率の時間変化の一例。シミュレーションによりパラメータ（平均発生間隔（μ）とばらつき（α））を多数設定しているため、本来、多様な曲線を描くことができるが、上図は最頻値（霧多布μ=375 年, α=0.49、藻散布μ=337 年, α=0.79）（図 6 の▲印）を使用した。また評価（2017 年 1 月 1 日）時点の経過時間を縦点線で表してある。

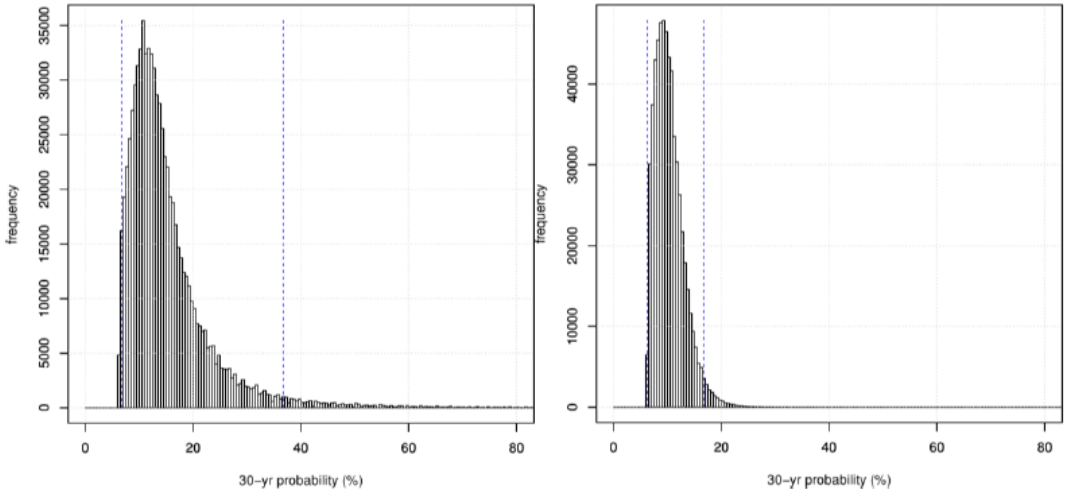

図 3.11（千島海溝の長期評価、図 4-20）

今後 30 年間に超巨大地震（17 世紀型）が発生する確率の分布。横軸が 30 年の発生確率、縦軸がその頻度を示す。95%の信頼区間を青の点線で示してある。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。

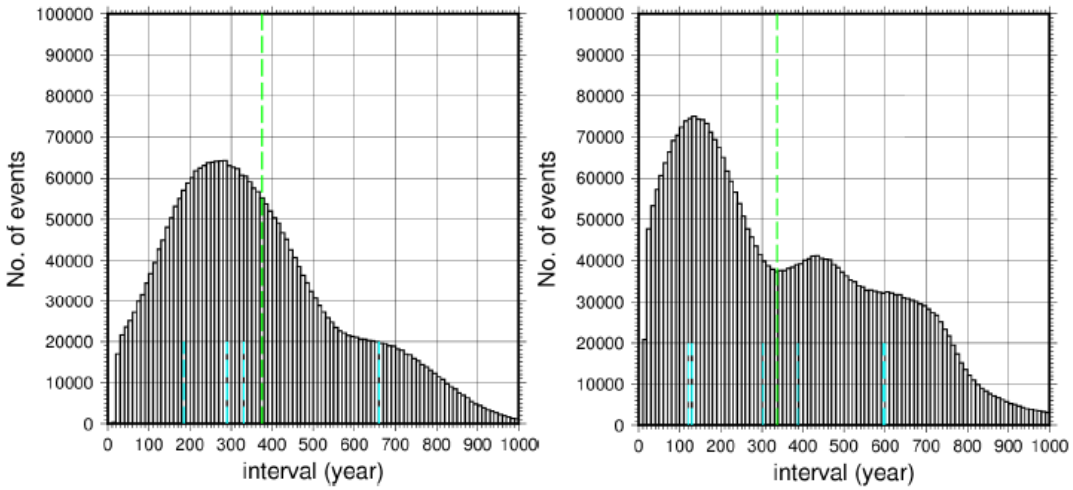

図 3.12（千島海溝の長期評価、図 4-19）

シミュレーションにより求められた時系列の発生間隔の頻度分布。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。縦に入っている緑の破線が図 4-18 で描かれている最頻値の値、水色の破線がイベントが±1σ の中央で発生したと仮定したときの地震発生間隔の値を示す。

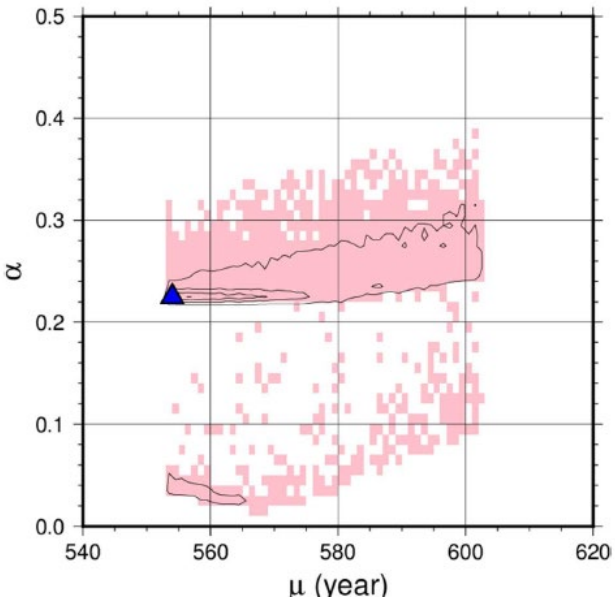

図 3.13（日本海溝の長期評価、図４－10）

歴史・地質データから推定された、平均繰り返し間隔（μ）とばらつきの指標（α）

10 万個の地震時系列を作成した。μ を 1 年毎、α を 0.01 毎に bin に分けて集計した。最頻値については、μ は 554 年、α は 0.23 となり（図中の▲）、適合する地震時系列の数は約 450 個であった。等値線は適合する地震時系列の数を 100 個毎に引いた。ピンク色の部分はモンテカルロ法により信頼区間 68%で推定したパラメータの範囲。

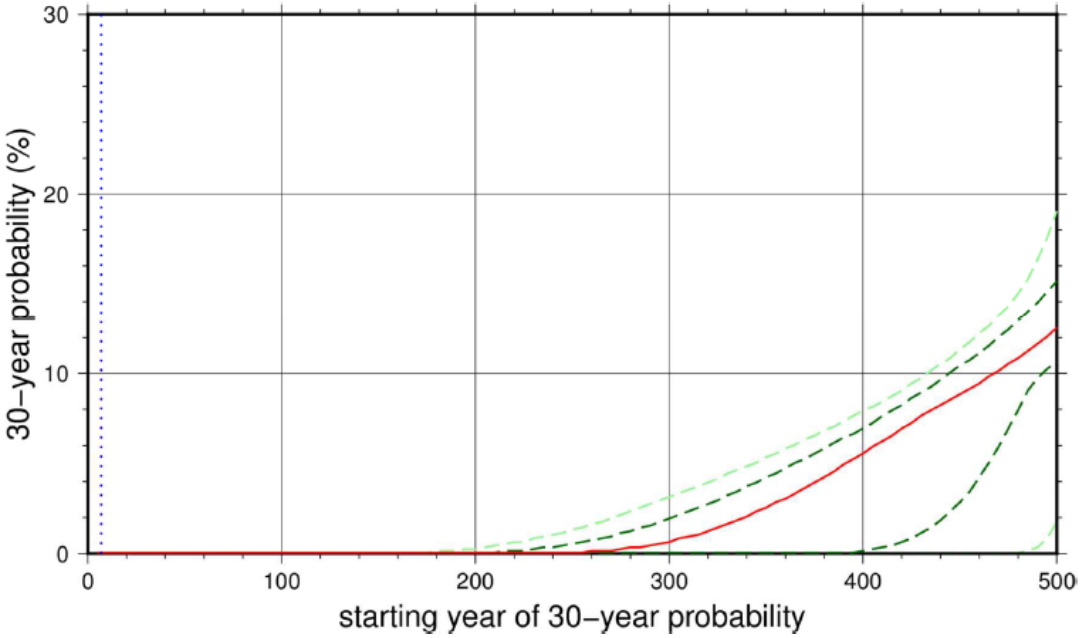

図 3.14（日本海溝の長期評価、図４－11）

今後 30 年以内に超巨大地震（東北地方太平洋沖型）が発生する確率の時間変化

赤実線は確率の中央値、濃緑破線及び薄緑破線は確率値の 68%及び 95%の信頼区間を示す。縦の点線は 2019 年 1 月 1 日時点を示す。

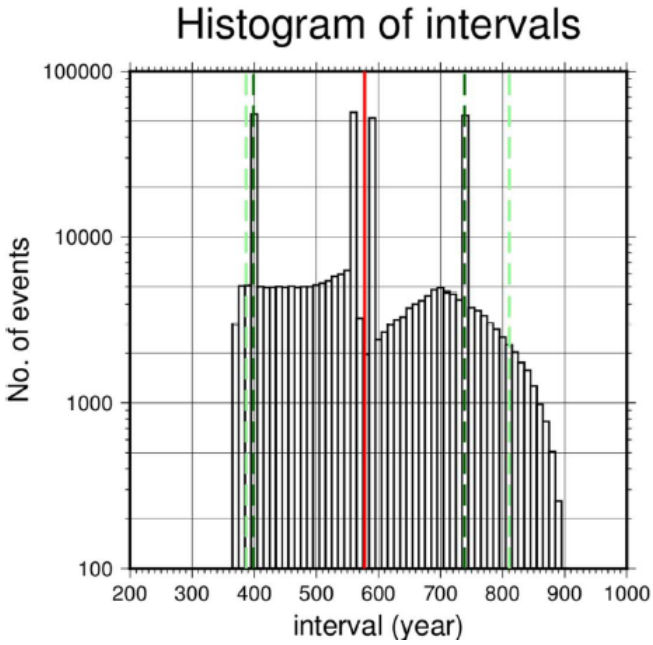

図 3.15（日本海溝の長期評価、図４－12）

歴史・地質データより推定した発生間隔の頻度分布図

10 万個の地震時系列を用い、各時系列で 4 つの発生間隔があるため、計 40 万個のデータを用いている。赤実線は発生間隔の中央値、濃緑破線及び薄緑破線は発生間隔の 68%及び 95%の信頼区間を示す。